

PRAVDĚPODOBNOSTNÍ PŘÍSTUP ÚPRAVY SPEKTER ODEZVY SEIZMICKÉHO DĚJE

THE PROBABILISTIC APPROACH OF SEISMIC RESPONSE SPECTRA MODIFICATION

Zdeněk Čada¹, Vlastislav Salajka², Petr Hradil³

Abstrakt

Príspevek se zabývá úpravou lineárních spekter odezvy seismického děje. Spektra odezvy jsou modifikována na základě pravděpodobnostního přístupu, neboť při deterministickém modelování dynamické odezvy stavebního objektu pomocí MKP může dojít k nepřesnému vystižení vlastní frekvence kmitání vlivem nejasnosti vstupních parametrů. Spektra odezvy jsou upravována tak, aby s danou pravděpodobností nebyla překročena spektrální hodnota. Rozptyl vlastní frekvence je navázán na konkrétní stochastický model 13–cti podlažního panelového domu.

Abstract

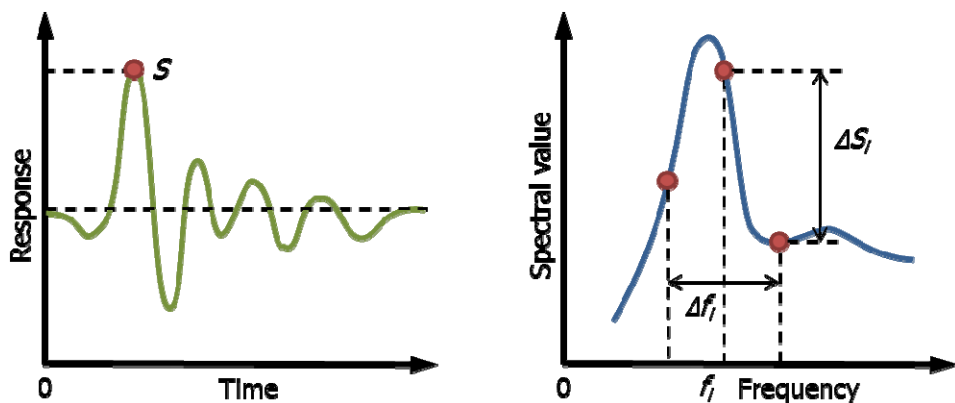
The paper deals with a modification of linear response spectra of a seismic action. The response spectra modification is based on a probabilistic approach. When a deterministic dynamic response of building structure is modelled utilizing FEM, natural frequencies of simulation model vibration can be solved inaccurately due to uncertainty of input parameters. The response spectra are modified so that the over-fulfilment probability of spectral value is achieved. Variance of natural frequency value is linked to the stochastic model of a 13-storey panel building structure.

Klíčová slova

seizmická odezva, dynamická odezva, spektra odezvy, pravděpodobnostní analýza, panelový dům, úprava spekter, ANSYS, optiSlang

1 Úvod

V oblasti matematického modelování dynamického chování stavebních konstrukcí při seismickém ději je nejčastěji využíván deterministický přístup modelování s využitím metody konečných prvků. Řešení odezvy na nestacionární dynamické zatížení, které je dáno reálným nebo syntetickým záznamem pohybu podloží, je pak vypočteno přímou integrací pohybových rovnic nebo rozkladem do vlastních tvarů kmitání. Tento přístup ale sebou nese jedno závažné úskalí. Malá změna vstupních parametrů výpočtového modelu, může vést k výrazně odlišným výsledkům odezvy. Chování dynamického modelu při seismickém ději je především závislé na jeho frekvenčních charakteristikách, které se vážou na vlastní kmitání. Tedy zdánlivě deterministicky zvolené vstupní parametry ne vždy musí vést ke konzervativním výsledkům.



Obr. 1 Diference spektrální hodnoty vlivem změny frekvence modelu

příspěvku je popsán deterministický výpočet dynamické odezvy pomocí rozkladu do vlastních tvarů kmitů a využití lineárních spekter odezvy, která jsou pravděpodobnostně upravována tak, že zahrnují chybu výpočtového modelu. K úpravě spekter odezvy je třeba určit jaké pravděpodobnostní rozdělení má vlastní frekvence modelu.

Doporučení jak upravit podlažní spektra odezvy nebo jak provádět seizmickou analýzu se zahrnutím nejistot při modelování konstrukce v interakci s podlažím, jsou například uvedena v ASCE 98–4. Předpis doporučuje frekvenční rozšíření podlažních spekter odezvy o $\pm 15\%$ a redukci spektrálních špiček o 15% . Tyto úpravy však nezohledňují, jak široké špičky jsou nebo zda dochází ke změně vlastností modelu při změně frekvence. Při řešení odezvy konstrukce v interakci s podlažím je doporučeno aplikování analýzy, která respektuje nejistoty v podlaží, kdy smykový modul pružnosti podlaží by se měl uvažovat v rozmezí minimálně $\pm 50\%$, pokud je jeho hodnota stanovena zkouškami.

2 Pravděpodobnostní rozdělení vlastní frekvence

Pravděpodobnostním rozdělení vlastní frekvence je vázána vždy na konkrétní matematický model konstrukce. Detailnost modelování, konečné prvky, model podlaží, materiálové modely a další parametry modelu rozhodují o tom, jaký bude rozptyl vlastní frekvence modelu.

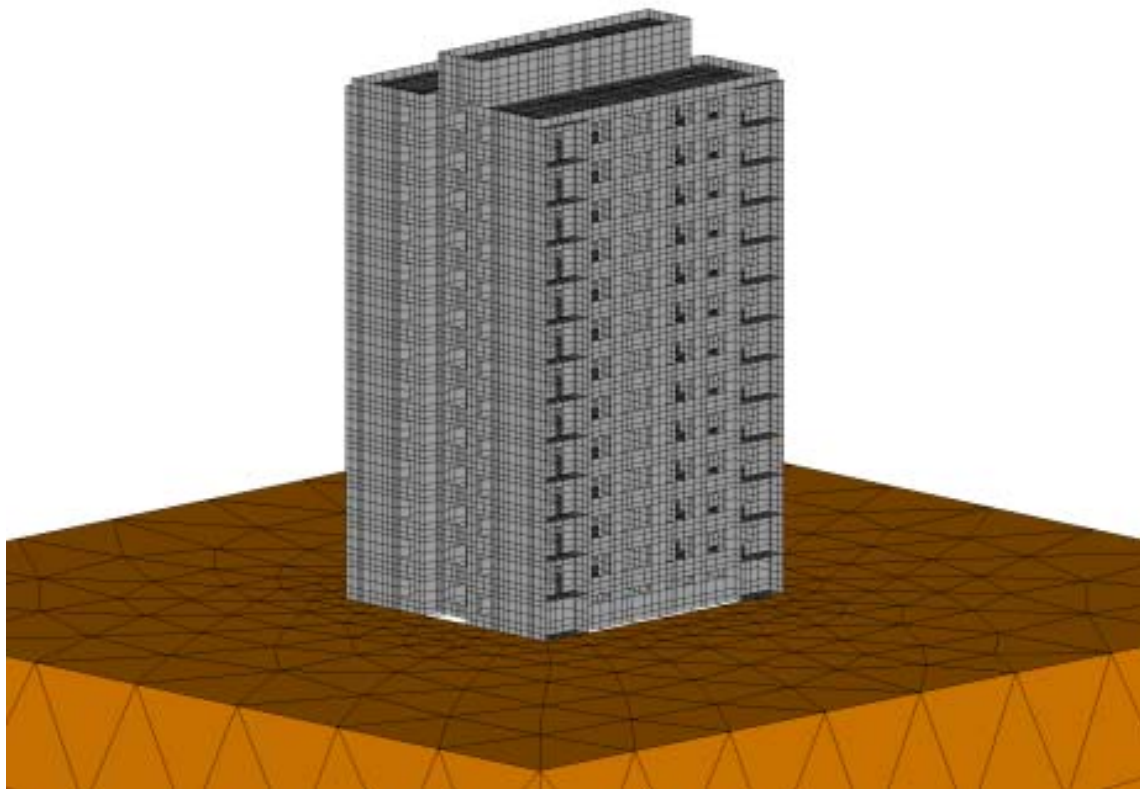
V tomto příspěvku byla zvolena konstrukce 13–cti podlažního panelového domu. K výpočtu dynamické odezvy byl sestaven prostorový model z objemových a skořepinových konečných prvků (obr. 2).

Výpočtový model byl plně parametrizován. Z parametrické studie tohoto výpočtového modelu (Čada at al., 2011) byly určeny pouze nejvýznamnější parametry ovlivňující rozptyl dominantní vlastní frekvence kmitání, která odpovídá 1. ohybovému tvaru kmitu. Velká pozornost byla věnována tuhosti modelu podlaží, který byl popsán zjednodušeně oblastí nehmotných objemových konečných prvků. Pravděpodobnostní rozdělení hodnoty modulu pružnosti konečných prvků zeminy byl stanoven na základě penetrační zkoušky in situ (Míča at al.,

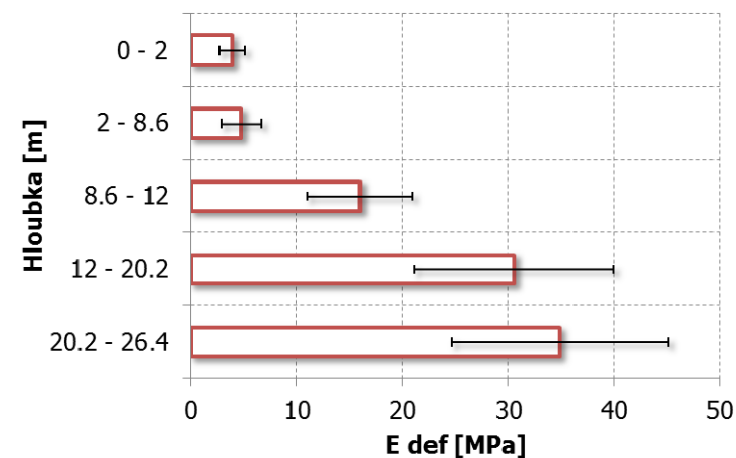
Příkladem je uveden výpočtový model s dominantní vlastní frekvencí, která leží ve frekvenčním intervalu (viz. obr. 1). Frekvenční interval je dán nejistotami matematického modelu jednotlivých konstrukcí objektu a podlaží. Pak interval spektrálních hodnot ve spektru odezvy nějakého seizmického děje může mít nezanedbatelně široké hranice a výsledná odezva modelu může ležet náhodně v této oblasti.

Hledání konfigurace parametrů pro deterministický dynamický model může být velmi složité s nejistým výsledkem. Stochastický přístup je vzhledem k numerické náročnosti výpočtů použitelný jen ve výjimečných případech. V tomto pří-

2008) v lokalitě Klobouky u Brna (zeminy F6, F8). Hodnoty statických průměrů deformačních modulů pružnosti v závislosti na hloubce jsou vykresleny v grafu na obr. 3, černými čarami je vynesena směrodatná odchylka. Variační koeficient modulu pružnosti jednotlivých vrstev se pohybuje kolem 30 %. Pro výpočet odezvy byly statické moduly pružnosti proporcionálně zvětšeny tak, aby odpovídaly dynamickému chování zeminy. Poměr mezi dynamickým a statickým modulem byl zvolen 10x (Braja, 1984), přesnější údaje o zemině nebyly dostupné.



Obr. 2 Pohled na MKP model konstrukce



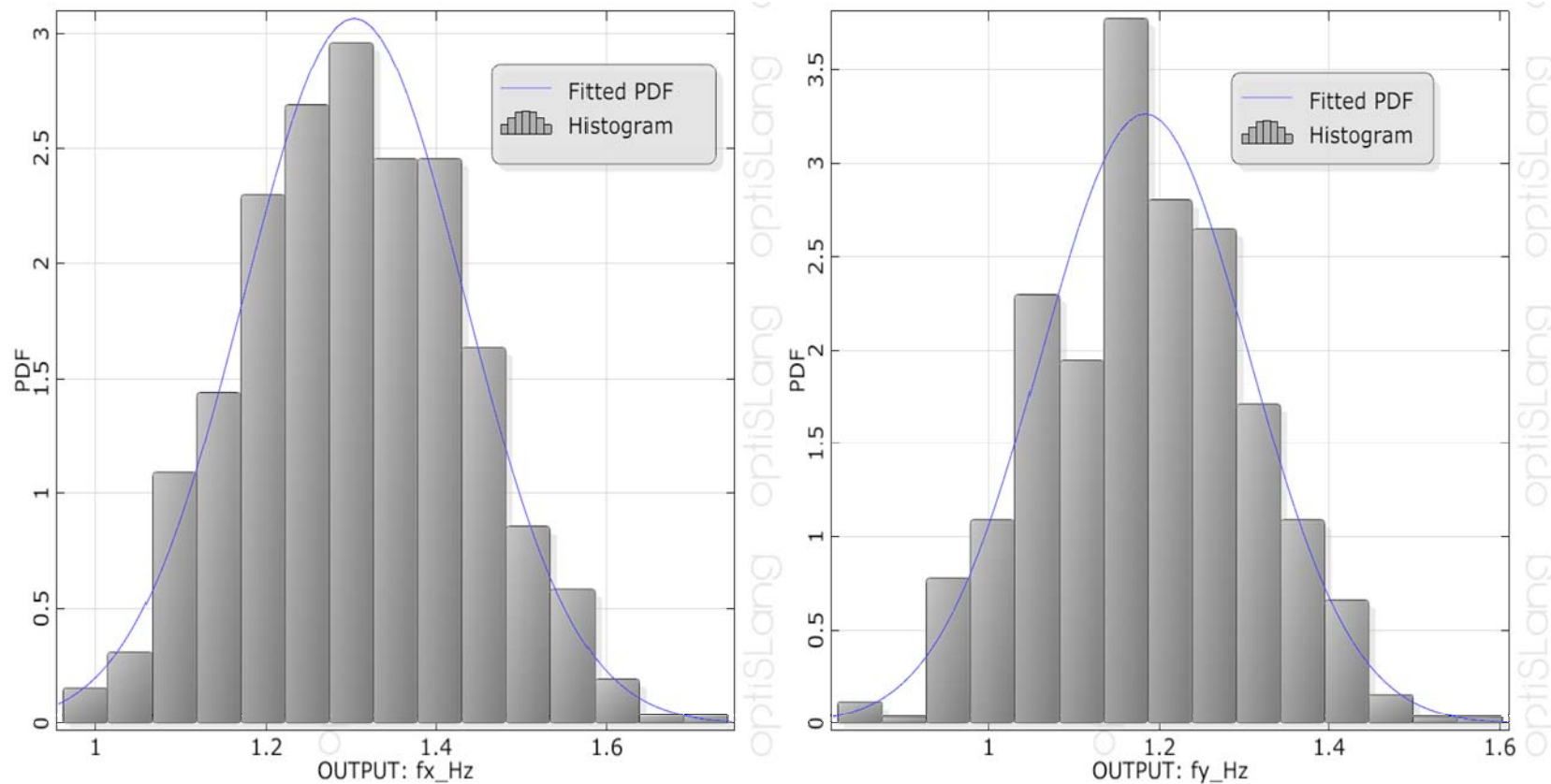
Obr. 3 Modul pružnosti podloží

Další nejvýznamnější parametr modelu dle (Čada at al., 2011) je hmotnost objektu, která byla zohledněna změnou objemové hmotnosti betonu ρ , který zahrnuje variabilitu celkové hmotnosti objektu včetně nemodelovaných nenosných konstrukcí. Přídavná hmota jednotlivých podlaží vychází z užitého zatížení objektu a může být často velmi variabilní a nejistá během životnosti budovy.

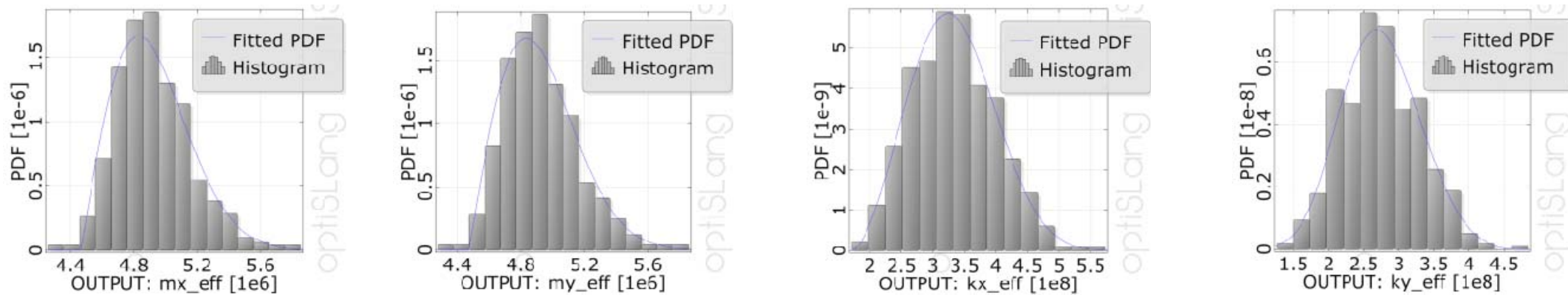
Tab. 1 Vstupní parametry

Veličina	Typ rozdělení	Parametry			Limity	
		Střední hodnota	Směrodatná odchylka	Variační koeficient	Spodní	Horní
E_{def} vrstvy 0 až 2 m [MPa]	Beta	3,866	1,198	0,310	0,01	-
E_{def} vrstvy 2 až 8,6 m [MPa]	Beta	4,739	1,905	0,402	0,01	-
E_{def} vrstvy 8,6 až 12 m [MPa]	Beta	15,985	4,971	0,311	0,01	-
E_{def} vrstvy 12 až 20,2 m [MPa]	Beta	30,546	9,378	0,307	0,01	-
E_{def} vrstvy 20,2 až 26,4 m [MPa]	Beta	34,833	10,241	0,294	0,01	-
ν vrstvy 0 až 2 m [-]	Beta	0,359	0,0373	0,104	0,01	0,49
ν vrstvy 2 až 8,6 m [-]	Beta	0,343	0,0295	0,086	0,01	0,49
ν vrstvy 8,6 až 12 m [-]	Beta	0,353	0,0392	0,111	0,01	0,49
ν vrstvy 12 až 20,2 m [-]	Beta	0,319	0,0380	0,119	0,01	0,49
ν vrstvy 20,2 až 26,4 m [-]	Beta	0,284	0,0204	0,072	0,01	0,49
ρ betonu [kg.m ⁻³]	Normal	2300	80	0,033	-	-
Přídavná hmota podlaží [kg.m ⁻²]	Log-normal	80	40	0,500	-	-

Výpočet pravděpodobnostního rozdělení vlastní frekvence parametrického modelu byl proveden kombinací programu ANSYS (ANSYS Inc., 2009), ve kterém byl sestaven model z konečných prvků a ve kterém byly prováděny dynamické výpočty, a programu optiSlang (Dynardo GMBH, 2010), ve kterém bylo vygenerováno 500 sad vstupních parametrů (viz. tab. 1) dle metody LHS (Latin Hypercube Sampling) a následně provedeny statistické operace se získanými výstupními parametry. Sledovány byly dominantní horizontální vlastní frekvence f_x a f_y modelu a k nim příslušné vlastní tvary. Vlastní tvary byly charakterizovány efektivní kmitající hmotou $m_{eff,x}$ a $m_{eff,y}$, která je vyčíslena na základě tvaru kmitání a rozložení hmotnosti modelu (ANSYS Inc., 2009). Dále byly dopočítány odpovídající efektivní tuhosti $k_{eff,x}$ a $k_{eff,y}$ vyjádřením ze vztahu (1).

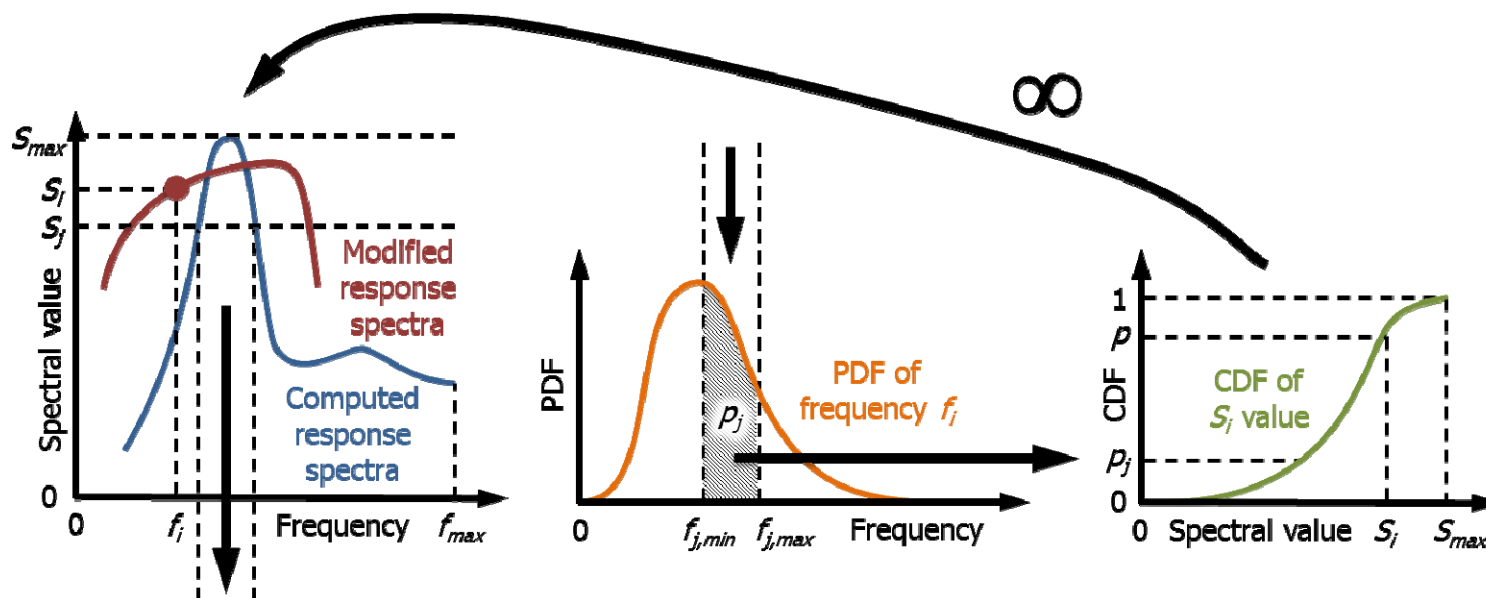


Obr. 4 Četnost dominantní vlastní frekvence numerického modelu f_x a f_y



Obr. 5 Četnost efektivní kmitající hmoty a odpovídající tuhosti $m_{eff,x}$, $m_{eff,y}$, $k_{eff,x}$ a $k_{eff,y}$

Výsledkem stochastické analýzy byla statistická četnost dominantní vlastní frekvence, která odpovídá prvnímu ohybovému tvaru objektu ve směru x (podélný směr objektu) a frekvence ve směru y (příčný směr). Výsledný variační koeficient vlastních frekvencí se pohyboval okolo 10 %. Variační koeficient efektivní kmitající hmoty se pohyboval kolem 4,8 % a efektivní tuhosti kolem 19,5 %.



Obr. 6 Postup úpravy spekter odezvy na základě pravděpodobnosti překročení

3 Pravděpodobnostní rozdělení vlastní frekvence

Zavedeme-li předpoklad, že jsou známy:

- lineární spektrum odezvy generované z konkrétního seizmického záznamu pohybu podloží;
- pravděpodobnostní rozdělení jednotlivých vlastních frekvencí;
- poloha příslušné vlastní frekvence modelu v pravděpodobnostní funkci (průměr, kvantit, ...);
- požadovaná pravděpodobnost, že nedojde k překročení spektrální hodnoty vlivem chyby modelu.
- je možné spektrum odezvy upravit opakováním následujícího postupu:
- volba frekvence f_i ;
- sestavení pravděpodobnostní funkce pro frekvenci f_i ;

- opakování sady kroků 3a až 3c pro spektrální hodnoty S_j v intervalu 0 až S_{max} :
 - určení frekvenční oblasti (příp. oblastí), ve které spektrální hodnoty překračují hodnotu S_j ;
 - výpočet plochy p_j pod pravděpodobnostní funkcí frekvence f_i ;
 - vynesení bodu $[S_j; p_j]$ do distribuční funkce překročení spektrální hodnoty S_i ;
- odečtení hodnoty S_i pro danou pravděpodobnost překročení p z distribuční funkce;
- vynesení bodu $[S_i; f_i]$ do upraveného spektra odezvy;
- zpět na krok 1 a volba další frekvence.

Při nekonečně husté volbě frekvencí f_i je výsledkem spojitá funkce upraveného spektra odezvy. Takto upravené spektrum odezvy pak zajišťuje, že při známém pravděpodobnostním rozdělení vlastních frekvencí modelu nedojde k překročení spektrální hodnoty s danou pravděpodobností.

3.1 Změna odezvy vlivem změny frekvence

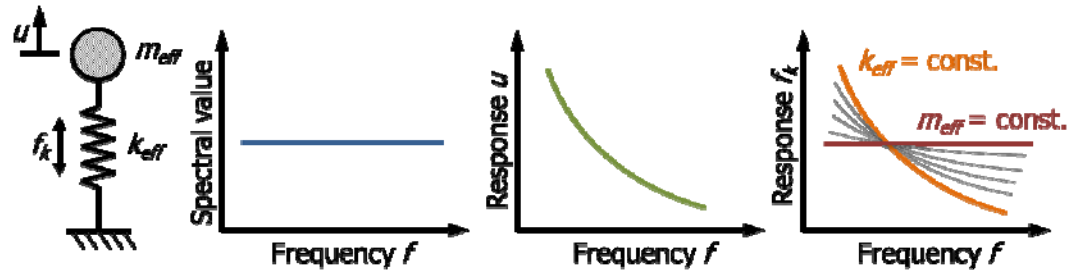
Připustíme-li, že vlastní frekvence není vyčíslena dokonale přesně a skutečná konstrukce kmitá na trochu jinou frekvenci, pak vlastní frekvence

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \times (k_{eff,i} / m_{eff,i})^{\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

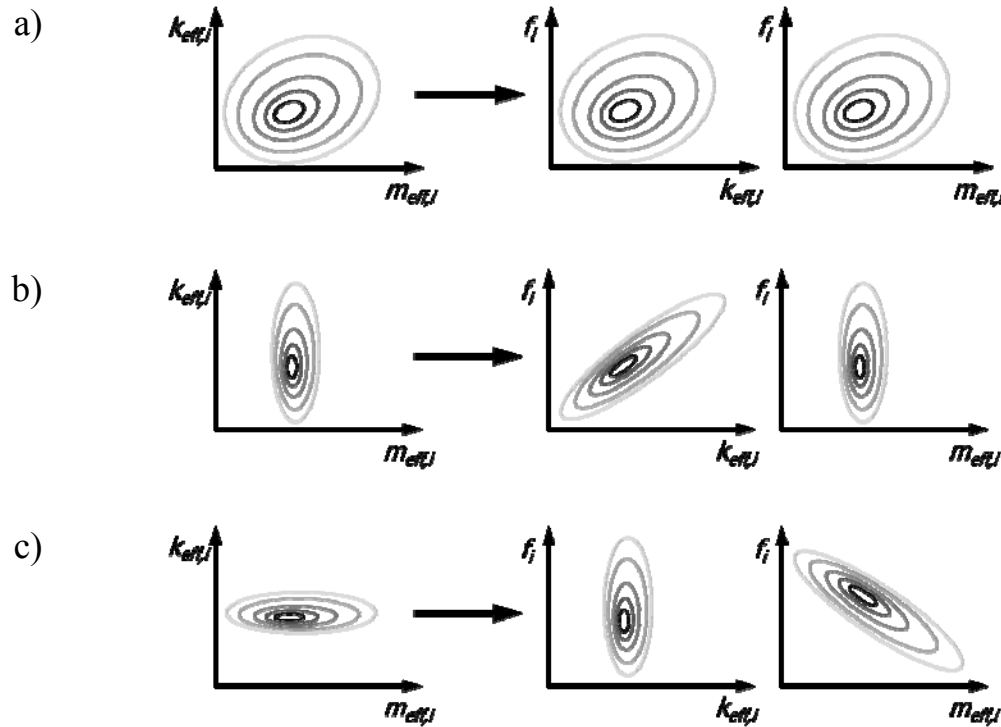
je závislá na efektivní kmitající hmotě $m_{eff,i}$ a příslušné tuhosti $k_{eff,i}$. Za předpokladu konstantního spektra zrychlení, (tzn., že odezva není frekvenčně závislá), při změně efektivní kmitající hmotnosti a tuhosti modelu (reprezentováno jednostupňovou soustavou viz obr. 7) dochází ke změně odezvy. Rozdíl ale bude v tom, zda je sledována maximální odezva ve vnitřních silách (červená, oranžová křivka) nebo v posunutích (zelená křivka). Tyto předpoklady vychází přímo z řešení metodou pomocí spekter odezvy (Chopra, 2001), (Gupta, 1992). Lze tedy jednoduše odvodit závislost mezi změnou vlastní frekvence a změnou odezvy u a vnitřní síly f_k :

$$u_{mod} / u_{det} = (f_{det} / f_{mod})^2, \quad f_{k,mod} / f_{k,det} = ((f_{det} / f_{mod})^2; 1) = (f_{det} / f_{mod})^e, \quad \text{kde } e = \langle 2; 0 \rangle. \quad (2)$$

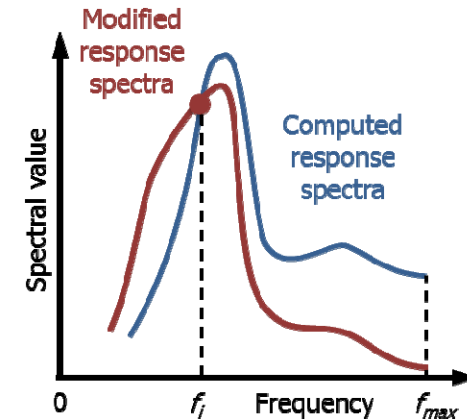
Index *det* označuje hodnoty vypočítané na základě deterministického výpočtu, index *mod* označuje hodnoty skutečné, které nejsou známy, ale přísluší pravděpodobnostnímu rozdělení. Například při klesnutí frekvence o 10 % nastane zvětšení odezvy v posunutích o 21 % a k nárůstu odezvy ve vnitřních silách o 0 až 21 %.



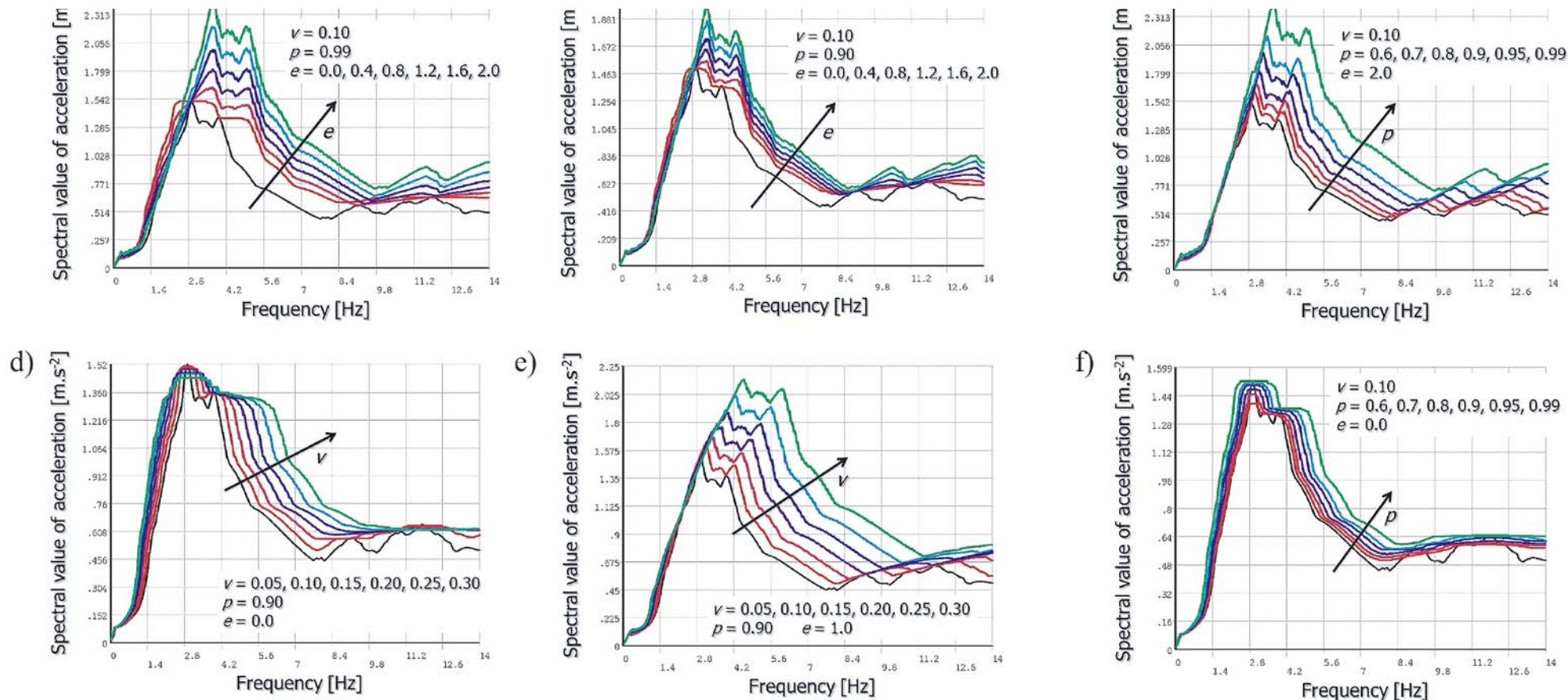
Obr. 7 Změna odezvy vlivem změny frekvence a změny parametrů modelu



Obr. 8 Hustota četnosti – statistická závislost f_i , $k_{eff,i}$, $m_{eff,i}$



Obr. 9 Zohlednění změny parametrů modelu při změně frekvence



Obr. 10 Upravená spektra odezvy v závislosti na variačním koeficientu, pravděpodobnosti nepřekročení a exponentu změny odezvy

3.2 Statistická závislost vlastní frekvence

Volba exponentu e v (2) je závislá na hustotě četnosti a statistické závislosti vlastních frekvencí f_i a příslušné efektivní kmitající hmotě $m_{eff,i}$ a tuhosti $k_{eff,i}$ pro i -tý daný tvar kmitu (obr. 8a). Limitní odezvy ve vnitřních silách f_k na obr. 7 červená a oranžová křivka jsou dány malým až nulovým rozptylem tuhosti (obr. 8b) nebo malým až nulovým rozptylem hmotnosti (obr. 8c). Exponent e se blíží hodnotě 2, pokud $k_{eff,i}$ má několikrát menší variabilitu) než $m_{eff,i}$. V opačném případě poměrů variability se hodnota e blíží 0.

Pravděpodobnostní úprava spekter odezvy, při zahrnutí změny velikosti odezvy, zůstává dle předchozího postupu s tím rozdílem, že pro každou frekvenci f_i je spektrum pozměněno, tedy pro výpočet oblasti překročení (bod 3a) je místo původního spektra $S_{ini}(f)$ užito spektrum:

$$S_{mod,i}(f) = (f_i/f)^e \times S_{ini}(f) \quad (3)$$

Pravděpodobnost překročení počítána s tímto upraveným spektrem více upřednostňuje spektrální hodnoty s nižší frekvencí, které jsou zvětšeny, a vynechává spektrální hodnoty s vyšší frekvencí, které jsou sníženy. Tím je výsledné spektrum automaticky nakloněno.

3.3 Upravená spektra odezvy

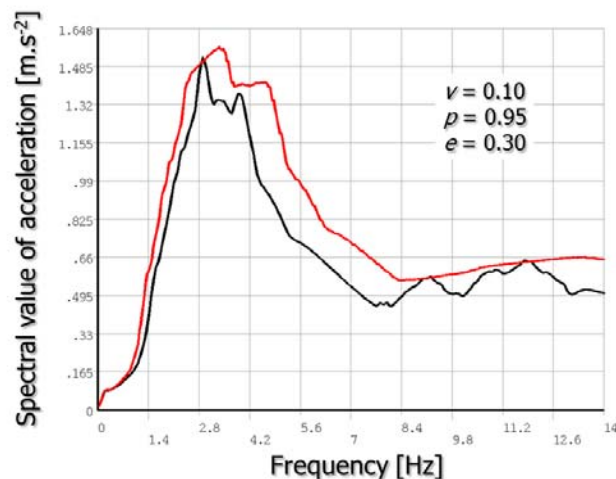
Na obr. 10 jsou vykresleny příklady úpravy spekter odezvy v závislosti na vstupních parametrech. Parametr p je daná pravděpodobnost nepřekročení, e je koeficient změny odezvy vlivem změny frekvence viz (2) a (3). U všech frekvencí se předpokládá normální rozdělení se střední hodnotou odpovídající frekvenci f_i a variačním koeficientem v .

4 Výsledné spektrum odezvy

Na obr. 11 je červenou barvou vykresleno upravené spektrum odezvy odpovídající vlastnostem modelu panelového domu a zvolené pravděpodobnosti nepřekročení 95 %.

5 Závěr

V příspěvku byl ukázán přístup úpravy spekter odezvy, který zajišťuje bezpečné dosažení spektrálních hodnot do deterministického výpočtu dynamické odezvy při seizmickém ději. Upravená spektra odezvy zohledňují pravděpodobnost změny spektrálních hodnot vlivem rozptylu vlastních frekvencí modelu.



Obr. 11 Generované a upravené spektrum odezvy

Při použití ve výpočtu generovaného spektra odezvy bez jakýchkoliv úprav, může vést k velkému podcenění výsledné odezvy. V konkrétním případě v tomto příspěvku užitého dynamického modelu a spektra odezvy se chyba odezvy u dominantních vlastních tvarů pohybuje kolem 15 %, kdy existuje ještě pravděpodobnost 5 %, že tato chyba bude větší. U tvarů kmitu v oblasti 5 Hz chyba může vzrůst kolem 50 až 80 % procent. Pravděpodobnost překročení spektrálních hodnot původního spektra se pohybuje okolo 50 %, což neodpovídá deterministickým výpočtům dle mezních stavů v souladu s platnou normou Eurocode.

Oblast zeminy podloží byla modelována zjednodušeně nehmotnými konečnými prvky. Toto zanedbání spolukmitající hmoty zeminy podstatně zjednodušuje výpočet z hlediska počtu nutných vyčíslených vlastních frekvencí a z hlediska hledání dominantních vlastních tvarů kmitání v množství nízkých nevýznamných frekvencí. Zahrnutí hmoty podloží do výpočtu ovlivní především střední hodnotu dominantní vlastní frekvence, ale významně neovlivní variabilitu.

Poděkování

Příspěvek byl realizován za finančního přispění grantového projektu GAČR 103/09/2007 Vliv technické a přírodní seizmicity na statickou spolehlivost a životnost staveb a výzkumného záměru MSM 0021630519 – Progresivní spolehlivé a trvanlivé nosné stavební konstrukce.

References

ANSYS Inc. *Release 12.1 Documentation for ANSYS*. SAS IP, Inc., 2009.

ASCE: *ASCE 98-4, Seismic Analysis of Safety Related Nuclear Structures and Commentary*. American Society of Civil Engineers, 2000.

BRAJA M., D. *Fundamentals of Soil Dynamics*. Elsevier, New York, Amsterdam, Oxford, 1984, ISBN 0-444-00705-9

CHOPRA A. *Dynamics of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering*. New Jersey: Prentice-Hall, 2001.

ČADA Z., HRADIL P., MRÓZEK M., SALAJKA V. Parametric study on dynamic behaviour of a multi-storey building including soil-structure interaction. *Sborník konference Inženýrská mechanika*, Svratka, 2011.

Dynardo GMBH *OptiSlang 3.1.4 Documentation*, Weimar, Germany, 2010.

GUPTA A. K. *Response Spectrum Method. In Seismic Analysis and Design of Structures*. United States of America: CRC Press, 1992.

MÍČA L., BOŠTÍK J., BŮČEK J., RUSINA R. Kruhová základová deska – část 1, Statistická analýza geomechanických veličin. *Geotechnika*, 3/2008, ISSN 1211913X

Autoři

¹ Ing. Zdeněk Čada, Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, Veveří 95, 662 37 Brno, tel.: +420541147116, +420775924324, email: cada.z@fce.vutbr.cz

² Doc. Ing. Vlastislav Salajka, CSc.: Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, Veveří 95, 662 37 Brno, tel.: +420541147365, +420603244458, email: salajka.v@fce.vutbr.cz

³ Ing. Petr Hradil, Ph.D.: Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, Veveří 95, 662 37 Brno, tel.: +420541147366, +420604233802, email: hradil.p@fce.vutbr.cz